LIBRIS We know books

Prof. univ. dr. emerit **Dorin Andrica** (coordonator)
Prof. dr. **Paul-Mihai Șușoi**
Prof. grad I **Nicolae Stăniloiu**
Prof. grad I **Camelia Pîrvu**

CONCURSUL DE TITULARIZARE + EXAMENUL DE DEFINITIVAT

MATEMATICĂ

Aspecte științifice și metodologice
35 de modele de teste cu rezolvări, precizări metodice și observații metodologice

Editura Paralela 45

CUPRINS

Programa pentru titularizarea profesorilor de matematică (în vigoare – 2020)

A. NOTĂ DE PREZENTARE

Prezentul document conține programa de Matematică pentru *Concursul național de ocupare a posturilor didactice/catedrelor vacante/rezervate în învățământul preuniversitar* și se adresează absolvenților învățământului superior de specialitate, care se prezintă la acest concurs.

Ca disciplină școlară, *Matematica* face parte din aria curriculară *Matematică și Științe ale naturii*. Programa pentru concurs este elaborată luând în considerare și programele școlare în vigoare din învățământul preuniversitar, respectiv programele pentru evaluările și examenele naționale la disciplina *Matematică*.

Programa este în concordanță cu profilul absolventului de învățământ superior care urmează să fie titularizat în învățământul preuniversitar, competențele și conținuturile din programă fiind proiectate în conformitate cu abordarea curriculară sistemică a activităților didactice. Din această perspectivă aspectele fundamentale vizate prin această programă sunt:

- utilizarea conținuturilor științifice de specialitate fundamentale și a conexiunilor pe care *Matematica* le are cu alte discipline studiate în gimnaziu și în liceu;
- aplicarea conceptelor de bază și a principiilor didacticii generale și ale metodicii predării matematicii în gimnaziu și în liceu în contexte educaționale specifice.

Această programă are în vedere **competențe** asociate atât conținuturilor științifice de specialitate, cât și conținuturilor metodicii predării matematicii, competențe pe care profesorul de matematică trebuie să și le formeze, să le dezvolte și să le probeze pe parcursul desfășurării activității didactice și care sunt evaluate în cadrul *Concursului național de ocupare a posturilor didactice/catedrelor vacante/rezervate în învățământul preuniversitar*.

Competențele de evaluat asociate conținuturilor științifice de specialitate fundamentale și conexiunilor pe care *Matematica* le are cu alte discipline studiate în învățământul preuniversitar

1. Identificarea unor date, concepte, relații specifice matematicii și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual specifice matematicii cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor, algoritmilor și a procedurilor specifice matematicii pentru a caracteriza local sau global o situație concretă
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a caracteristicilor cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analizarea și interpretarea caracteristicilor unor relații sau procese specifice matematicii pornind de la situații reale sau ipotetice
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Competențele de evaluat asociate conceptelor de bază și principiilor didacticii generale și ale metodicii predării matematicii în gimnaziu și în liceu

1. Identificarea strategiilor didactice adaptate particularităților de vârstă și individuale ale elevilor în vederea utilizării acestora în procesul de predare-învățare-evaluare la *Matematică*
2. Proiectarea activității didactice, la disciplina *Matematică*, pentru o unitate de învățare, un curriculum la decizia școlii etc.
3. Asigurarea concordanței între metodele de evaluare, competențele specifice, conținuturile și instrumentele de evaluare, în cadrul unei activități didactice la disciplina *Matematică*

4. Exprimarea în limbaj specific a caracteristicilor strategiilor didactice alese la disciplina *Matematică* pentru realizarea unei activități didactice interactive, stimulative, participative

5. Analizarea activității didactice proiectate la disciplina *Matematică*, în vederea corelării acesteia cu particularitățile de vârstă și individuale ale elevilor

6. Adecvarea metodelor și a instrumentelor de evaluare la competențele specifice vizate și la conținuturile asociate pentru realizarea unor activități didactice interactive, stimulative, participative la disciplina *Matematică*

B. TEMATICA ȘTIINȚIFICĂ PENTRU DISCIPLINA *MATEMATICĂ*

Algebră (cu elemente de logică matematică, teoria mulțimilor, aritmetică, teoria probabilităților și statistică)

Propoziții. Operatori logici. Predicate. Cuantificator universal și cuantificator existențial.

Mulțimi. Operații cu mulțimi. Mulțimi de numere ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$). Metoda inducției matematice. Relații binare. Relații de ordine. Relații de echivalență, clase de echivalență. Numere cardinale. Mulțimi finite și mulțimi infinite. Mulțimi numărabile și mulțimi de puterea continuului.

Funcții. Funcții injective, surjective, bijective. Compunerea funcțiilor. Funcții inversabile, inversa unei funcții. Funcții reale de variabilă reală; operații; graficul unei funcții, axe de simetrie, centre de simetrie. Funcții monotone, mărginite, periodice, pare, impare, convexe, concave.

Șiruri de numere reale. Șiruri recurente. Progresii aritmetice și progresii geometrice.

Numere naturale și numere întregi. Teorema împărțirii cu rest. Divizibilitate. Criterii de divizibilitate. Numere prime. Teorema fundamentală a aritmeticii. *C.m.m.d.c.*, *c.m.m.m.c.* a două sau mai multor numere întregi. Algoritmul lui Euclid pentru determinarea *c.m.m.d.c.* a două numere întregi. Ecuații diofantice: $ax + by = c$; $x^2 + y^2 = z^2$.

Probleme de numărare. Principiul includerii și excluderii. Principiul produsului cartezian. Permutări, aranjamente, combinări. Binomul lui Newton.

Evenimente aleatoare, operații cu evenimente. Probabilitatea unui eveniment în cazul evenimentelor elementare egal probabile (cazul finit). Probabilități condiționate. Evenimente independente. Scheme clasice de probabilitate (Poisson și Bernoulli). Variabile aleatoare discrete. Date statistice. Reprezentarea grafică a datelor statistice. Eșantionare. Frecvență. Medii. Dispersie.

Radicalul de ordinul n dintr-un număr real. Puteri cu exponent rațional și puteri cu exponent real. Funcția exponențială și funcția logaritmică.

Numere complexe. Forma algebrică, modulul și conjugatul unui număr complex. Forma trigonometrică a unui număr complex. Operații cu numere complexe. Formula lui Moivre. Rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex. Ecuații binome. Interpretări geometrice ale operațiilor cu numere complexe. Aplicații în geometrie ale numerelor complexe.

Legi de compoziție. Asociativitate, comutativitate, element neutru, elemente simetrizabile. Monoid, grup, subgrup. Morfisme și izomorfisme de grupuri. Teorema lui Lagrange. Grup ciclic. Ordinul unui element într-un grup. Teorema lui Cauchy. Grupul permutărilor de grad n. Signatura unei permutări. Cicli. Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți.

Inel unitar, subinel, divizori ai lui zero. Inel integru. Grupul unităților unui inel. Caracteristica unui inel. Inelul claselor de resturi modulo n. Indicatorul lui Euler. Mica teoremă a lui Fermat, teorema lui Euler, teorema lui Wilson. Corp, subcorp. Morfisme și izomorfisme de inele și corpuri. Lema chinezească a resturilor.

Inelul polinoamelor de o nedeterminată, cu coeficienți într-un inel comutativ. Gradul unui polinom. Funcție polinomială. Teorema împărțirii cu rest pentru polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ. Divizibilitate, asociere în divizibilitate, *c.m.m.d.c.* și *c.m.m.m.c.* a două sau mai multor polinoame, algoritmul lui Euclid pentru determinarea *c.m.m.d.c.* a două polinoame. Rădăcinile unui polinom cu coeficienți într-un inel integru. Schema lui Horner. Teorema lui Bézout. Polinoame cu coeficienți complecși. Teorema fundamentală a algebrei. Rădăcini multiple. Derivata formală a unui polinom. Formula lui Taylor pentru polinoame cu coeficienți într-un corp de caracteristică zero. Teorema de caracterizare a rădăcinilor multiple pentru un polinom cu coeficienți într-un corp de caracteristică zero. Relațiile lui Viète. Polinoame cu coeficienți reali, raționali, întregi. Polinoame ireductibile.

Spațiu vectorial, subspațiu. Dependență liniară, independență liniară, sistem de generatori. Bază a unui spațiu vectorial. Aplicație liniară. Matrice cu elemente într-un inel comutativ. Operații cu matrice. Transpusa unei matrice. Determinantul de ordinul n. Proprietăți ale determinanților. Determinantul produsului a două matrice. Matrice inversabilă, inversa unei matrice. Matricea asociată unei aplicații liniare.

Sisteme de ecuații liniare. Teorema lui Cramer. Rangul unei matrice cu elemente într-un corp comutativ. Teorema Kronecker-Capelli. Sisteme omogene. Metoda lui Gauss de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare.

Graf, graf arbore. Distanță, drumuri, lungimea unui drum.

Geometrie și trigonometrie

Punct, dreaptă, plan; axiome de incidență.

Segment, triunghi, semidreaptă, semiplan, unghi, poligon, poligon convex.

Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment, măsura unui unghi. Congruența segmentelor, a unghiurilor și a triunghiurilor. Inegalități între laturile și unghiurile unui triunghi.

Drepte paralele în plan, axioma de paralelism, perechi de unghiuri congruente formate de o secantă cu două drepte paralele. Suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi. Patrulatere: paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez. Linii importante într-un triunghi. Concurența medianelor, înălțimilor, mediatoarelor, respectiv bisectoarelor într-un triunghi.

Teorema lui Thales. Asemănarea triunghiurilor. Relații metrice într-un triunghi. Teorema lui Menelaus și teorema lui Ceva.

Cercul. Cercul înscris și cercul circumscris unui triunghi. Coarde, arce și unghiuri în cerc. Puterea unui punct față de un cerc, axă radicală a două cercuri. Poligoane înscrise sau circumscrise unui cerc, poligoane regulate. Lungimea cercului și lungimea arcului de cerc.

Aria suprafețelor poligonale plane. Aria discului și aria sectorului de cerc.

Drepte paralele în spațiu, dreaptă paralelă cu un plan, plane paralele. Unghiul a două drepte, drepte perpendiculare. Dreaptă perpendiculară pe un plan, teorema celor trei perpendiculare, plane perpendiculare. Proiecții. Unghiul unei drepte cu un plan, unghiul a două plane. Distanța de la un punct la un plan. Perpendiculara comună a două drepte necoplanare, distanța dintre două drepte.

Corpuri poliedrale: prisma, piramida, trunchiul de piramidă. Corpuri de rotație: sfera, cilindrul circular drept, conul circular drept, trunchiul de con circular drept. Secțiuni cu un plan. Arii și volume.

Vectori în plan și în spațiu. Operații cu vectori: adunarea, înmulțirea cu numere reale, produsul scalar, produsul vectorial. Vectori de poziție. Repere carteziene pe dreaptă, în plan și în spațiu. Ecuațiile dreptelor în plan și în spațiu. Ecuațiile planului.

Condiții de coliniaritate, paralelism și perpendicularitate în plan și în spațiu, condiții de coplanaritate. Determinarea unghiului a două drepte, a două plane, dintre dreaptă și plan. Distanța de la un punct la o dreaptă în plan și în spațiu. Distanța de la un punct la un plan. Aria unui triunghi. Volumul unui tetraedru.

Ecuațiile cercului. Ecuația carteziană redusă a elipsei, a hiperbolei, a parabolei. Tangente la cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă.

Funcții trigonometrice, formule fundamentale, funcții trigonometrice inverse. Ecuații trigonometrice. Aplicații ale trigonometriei în geometrie.

Locuri geometrice.

Analiză matematică

Mulțimea numerelor reale: structura algebrică, structura de ordine. Mulțimi mărginite. Axioma lui Cantor-Dedekind. Vecinătăți. Puncte interioare, aderente, de acumulare. Mulțimi deschise, închise, compacte. Dreapta reală încheiată.

Șiruri de numere reale. Subșir. Limita unui șir. Convergența șirurilor monotone și mărginite. Criterii de majorare, criteriul cleștelui, trecerea la limită în inegalități. Operații cu șiruri care au limită, cazuri de nedeterminare. Criteriul raportului, lemele Stolz-Cesarò, criteriul rădăcinii. Şiruri cu limita e, şirul sumelor parţiale ale seriei armonice generalizate.

Funcţii reale de o variabilă reală; limite de funcţii, definiţii echivalente. Operaţii cu limite de funcţii, cazuri de nedeterminare. Asimptote.

Continuitate. Puncte de discontinuitate. Operaţii cu funcţii continue. Funcţii continue pe intervale, teorema lui Weierstrass, proprietatea lui Darboux. Discontinuităţi ale funcţiilor monotone şi discontinuităţi ale funcţiilor cu proprietatea lui Darboux. Continuitate uniformă.

Derivabilitate. Operaţii cu funcţii derivabile. Proprietăţi ale funcţiilor derivabile, derivata funcţiei inverse. Derivate de ordin superior. Tangenta la graficul unei funcţii într-un punct, puncte de întoarcere, puncte unghiulare. Puncte de extrem local. Teorema lui Fermat. Teorema lui Rolle. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Teorema lui Darboux. Studiul monotoniei şi al convexităţii cu ajutorul derivatelor. Puncte de inflexiune. Reprezentarea grafică a unei funcţii reale de o variabilă reală. Teoremele lui l'Hospital.

Integrabilitate Riemann, criteriul lui Darboux. Integrabilitatea funcţiilor monotone şi a funcţiilor continue. Teorema de medie. Primitive, teorema de existenţă a primitivelor funcţiilor continue. Formula Leibniz-Newton. Metode de calcul al integralelor. Aplicaţii ale calculului integral în geometrie.

C. BIBLIOGRAFIE ORIENTATIVĂ PENTRU TEMATICA ŞTIINŢIFICĂ – DISCIPLINA *MATEMATICĂ*

***Programe şcolare în vigoare pentru matematică, **http://programe.ise.ro**.
1. Becheanu M. ş.a., *Algebră pentru perfecţionarea profesorilor*, EDP, Bucureşti, 1983.
2. Brânzei, D., Onofraş, E., Aniţa, S., *Bazele raţionamentului geometric*, Editura Academiei, Bucureşti, 1983.
3. Miron, R., Papuc, D. (coord.), *Geometrie pentru perfecţionarea profesorilor*, EDP, Bucureşti, 1983.
4. Câmpu, M. ş.a., *Analiza matematică, pentru perfecţionarea profesorilor, vol. I, II, III*, EDP, Bucureşti, 1980, 1983, 1986.
5. Panaitopol, L., Şerbănescu, D., *Probleme de teoria numerelor şi combinatorică*, Editura Gil, Zalău, 2002.
6. Singer, Mihaela ş.a., *Statistică şi probabilităţi – curs introductiv pentru elevi, studenţi şi profesori*, Editura Sigma, Bucureşti, 2003.
7. Tomescu, I., *Probleme de combinatorică şi teoria grafurilor*, EDP, Bucureşti, 1981.

D. TEMATICA PENTRU *METODICA PREDĂRII MATEMATICII*

I. Procesul educaţional – abordare sistemică

1. Predarea, învăţarea şi evaluarea – componente fundamentale ale procesului educaţional.
2. Variabile ale procesului de învăţământ şi relaţia dintre ele (competenţe, cunoştinţe, abilităţi, deprinderi, valori şi atitudini).

II. Proiectarea, organizarea şi desfăşurarea activităţii didactice

1. Componentele curriculumului naţional: planuri-cadru (trunchi comun, curriculum diferenţiat, curriculum la decizia şcolii), programe şcolare. Manuale şcolare, auxiliare didactice. Alţi termeni de referinţă ai curriculumului naţional: arii curriculare, discipline, module, standarde curriculare.
2. Competenţele asociate procesului de predare-învăţare-evaluare la *Matematică*. Competenţe generale, competenţe specifice.
3. Proiectarea activităţii didactice: planificarea calendaristică, proiectarea unităţii de învăţare.
4. Proiectarea curriculumului la decizia şcolii (aprofundare/extindere/opţional ca disciplină nouă): structură, condiţionări, modalităţi de adecvare la grupuri ţintă diferite.

III. Strategii didactice utilizate în procesul de predare-învățare-evaluare la *Matematică*

1. Metode didactice specifice matematicii (învățarea prin descoperire, rolul problemelor în învățarea matematicii, rolul exemplelor și contraexemplelor în procesul de predare-învățare-evaluare, învățarea prin problematizare, învățarea prin cercetare, învățarea prin cooperare, „flipped learning” etc.); metode de învățare centrate pe elev, strategii de predare-învățare-evaluare care să permită adaptarea demersului didactic la nevoile elevilor, cu accent pe elevii în risc de excluziune.
2. Forme de organizare a activității didactice (frontal, pe grupe, individual): clasificare, caracterizare, avantaje și limite.
3. Mijloace de învățământ (tipuri, caracterizare, funcții didactice); integrarea lor în procesul de predare-învățare-evaluare.

IV. Elemente de evaluare educațională

1. Relația dintre curriculum și evaluare – efecte educaționale. Scopul evaluării educaționale. Etapele procesului de evaluare. Funcțiile generale și specifice ale evaluării performanțelor elevilor. Strategii/moduri și tipuri de evaluare.
2. Metode de evaluare a rezultatelor școlare: metode „tradiționale” și metode „alternative”. Relația dintre metoda și instrumentul de evaluare.
3. Testul docimologic – instrument de evaluare (concept, tipologie, proiectare, administrare, diseminarea rezultatelor).
4. Tipologia itemilor (definiție, clasificări, caracteristici, reguli de proiectare, modalități de evaluare și de notare, avantaje și limite în proiectare și în utilizare).
5. Calitățile instrumentelor de evaluare. Matricea de specificații și rolul acesteia în proiectarea instrumentelor de evaluare.
6. Elemente de deontologie în procesul de evaluare. Factori care pot genera distorsiuni în procesul evaluării educaționale. Erori în evaluare și în notare. Calitățile evaluatorului.

V. Informatizarea și învățarea multimedia

1. Tehnici informaționale computerizate, instruirea asistată de calculator și învățarea multimedia.
2. Eficientizarea utilizării tehnologiei informației și comunicării în construirea unor medii active de instruire.
3. Integrarea în activitatea didactică a unor strategii inovative, centrate pe educația online și pe utilizarea tehnologiilor și a platformelor educaționale, cu rol de facilitare a învățării.

E. BIBLIOGRAFIE ORIENTATIVĂ PENTRU *METODICA PREDĂRII MATEMATICII*

*** Programe școlare în vigoare pentru matematică, **http://programe.ise.ro**.

*** *Ghid de evaluare la disciplina matematică*, Editura ERC PRESS, București, 2011; **https://insam.softwin.ro**.

*** Programul Național de Dezvoltare a Competențelor de Evaluare ale Cadrelor Didactice (DeCeE), MEN – CNCEÎP, București, 2008.

*** Proiectul „Curriculum Relevant, Educație Deschisă pentru toți” – CRED, MEC – ISE; București, 2017; **www.educred.ro**.

1. Bocoș, M., Jucan, D., *Fundamentele pedagogiei. Teoria și metodologia curriculumului. Repere și instrumente didactice pentru formarea profesorilor*, Editura Paralela 45, Pitești, 2019.
2. Brânzei, D., Brânzei, R., *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești, 2000.
3. Catană, A., Săcuiu, M., Stănășilă, O., *Metodica predării analizei matematice*, EDP, București, 1983.
4. Ciolan L., *Învățarea integrată – fundamente pentru un curriculum transdisciplinar*, Editura Polirom, Iași, 2008.
5. Cîrjan, F., *Didactica matematicii*, Editura Corint, București, 2007.
6. Cristea, S., *Fundamentele pedagogiei*, Editura Polirom, Iași, 2010.
7. Cucoș, C., *Psihopedagogie pentru examenele de definitivare și grade didactice*, Editura Polirom, Iași, 2009.

8. Cucoş, C., *Teoria şi metodologia evaluării*, Editura Polirom, 2008.
9. Noveanu, G.N. (coord.), *Culegere de itemi matematică*, EDP, Bucureşti, 2013; **http://www.ise.ro/resurse-timss-si-pirls**.
10. Oprea, C.L., *Strategii didactice interactive*, EDP, Bucureşti, 2009.
11. Polya, G., *Descoperirea în matematică*, EDP, Bucureşti, 1971.
12. Savu, I. ş.a., *Modele de teste şi probleme propuse pentru Concursul pentru ocuparea posturilor didactice 2006*, Grup Editorial Art, 2006.
13. Stoica, A., *Evaluarea progresului şcolar. De la teorie la practică*, Editura Humanitas Educaţional, Bucureşti, 2003.
14. Voica C. (coord.), *Greşeli tipice în învăţarea matematicii*, EDP, Bucureşti, 2013; **http://www.ise.ro/resurse-timss-si-pirls**.
15. Voica C. (coord.), *Învăţarea matematicii. Ghid metodologic pentru un demers didactic eficient*, EDP, Bucureşti, 2013; **http://www.ise.ro/resurse-timss-si-pirls**.

CAPITOLUL II

CONSIDERAȚII PRIVIND ELABORAREA ITEMILOR DE EVALUARE (CLASIFICARE, CARACTERISTICI, CERINȚE)

II.1. TIPOLOGIA ITEMILOR DE EVALUARE

Itemul de evaluare reprezintă cea mai mică componentă identificabilă a unui test sau a unei probe de evaluare, care vizează evaluarea elevului în condiții de maximă rigurozitate.

Itemii de evaluare se împart în trei categorii:

1. **itemi obiectivi:**
   a) itemi cu alegere duală;
   b) itemi de tip pereche;
   c) itemi cu alegere multiplă.
2. **itemi semiobiectivi:**
   a) itemi cu răspuns scurt/de completare;
   b) întrebarea structurată.
3. **itemi subiectivi:**
   a) itemi de tip rezolvare de probleme.

II.2. TESTAREA PRIN ITEMI OBIECTIVI – descriere (după I. Neacșu, A. Stoica, 1996)

- Itemii obiectivi realizează o structurare a sarcinilor propuse elevilor în concordanță cu competențele specifice pe care testele de progres școlar, în special cele standardizate, și le asumă.
- Construirea unor itemi de o calitate superioară, corect formulați și adecvați competențelor propuse este o adevărată artă. Elementele specifice ale acestui proces creativ au un fundament teoretic ce se bazează în primul rând pe cunoașterea și stăpânirea principiilor și tehnicilor de proiectare a acestor itemi, precum și pe valorificarea și potențarea avantajelor pe care le oferă profesorului.
- Trăsătura caracteristică a itemilor obiectivi o constituie, așa cum sugerează și denumirea lor, **obiectivitatea** ridicată în evaluarea rezultatelor învățării, chiar dacă acestea se situează de obicei în zona inferioară a domeniului cognitiv.
- Punctajul corespunzător se acordă sau nu se acordă în funcție de marcarea răspunsului corect la item; acest tip de item poate fi folosit pentru orice disciplină – cu grad de utilitate diferit, în funcție de scopul testului din care face parte, competențele specifice și conținuturile evaluate – ceea ce îi oferă un avantaj deosebit asupra celorlalți itemi.

a) Itemi cu alegere duală

Procedura se caracterizează prin solicitarea elevilor de a asocia unul sau mai multe enunțuri cu una din componentele unor cupluri de alternative duale cum ar fi: adevărat/fals, corect/greșit, da/nu, acord/dezacord, enunț factual/enunț de opinie.

Avantaje și limite ale utilizării itemilor cu alegere duală

Principalul avantaj este acela al abordării, într-un interval de timp redus, a unui volum mare de finalități ale învățării; de obicei complexitatea acestor itemi este medie sau redusă.

Unul dintre cele mai întemeiate dezavantaje ale acestei tehnici este acela că identificarea unui enunț ca fiind incorect/neadevărat nu implică în mod necesar cunoașterea de către elev a alternativei adevărate.

Recomandări pentru construirea itemilor cu alegere duală

1. Vor fi evitate enunțurile cu caracter general, atunci când se solicită aprecierea lor drept adevărate sau false.
2. Vor fi evitate enunțuri nerelevante din punct de vedere matematic.
3. Vor fi evitate enunțuri a căror structură poate genera ambiguități sau dificultăți de înțelegere.
4. Vor fi evitate enunțurile lungi, complexe, cu amănunte/date inutile.
5. Va fi evitată introducerea a două sau mai multe idei într-un enunț (cu excepția situațiilor în care se urmărește cunoașterea sau înțelegerea unor relații de tip cauză–efect).

Exemple de itemi

Vom da două exemple: unul ce vizează conținuturi de gimnaziu și unul pentru liceu.

Exemplul 1. Tema: *Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi* (clasa a VI-a)

Competență specifică și activități de învățare: aplicarea corectă a teoremei referitoare la suma măsurilor unghiurilor unui triunghi.

Enunț: Dacă apreciezi că rezultatul este adevărat încercuiește litera **A**, în caz contrar încercuiește litera **F**.

1. Dacă triunghiul ABC, dreptunghic în A, are unghiul B de măsură $44°$, atunci unghiul C are măsura de $46°$. **A** **F**

2. Fie triunghiul ABC cu $[AE$ și $[BF$ bisectoare interioare, $\sphericalangle BAE = 30°$ și $\sphericalangle ABF = 20°$. Atunci $\sphericalangle ACB = 90°$. **A** **F**

Răspuns: **1.** A. **2.** F; răspuns corect $\sphericalangle ACB = 80°$.

Exemplul 2. Tema: *Teorema lui Fermat* (clasa a XI-a)

Competență specifică și activități de învățare: aplicarea corectă a teoremei lui Fermat.

Enunț: Dacă apreciezi că afirmația este adevărată încercuiește litera **A**, în caz contrar litera **F**.

1. Teorema lui Fermat este aplicabilă funcției $f(x) = |x^2 - 5x - 6|$ în cazul $x \in [-4, -2]$. **A** **F**

2. Fie $a, b, c, d > 0$, astfel încât: $a^x + b^x + c^x + d^x \geq 4$ $(\forall)$ $x \in \mathbb{R}$; atunci $abcd = 1$. **A** **F**

Răspuns: **1.** F. Se observă că funcția f este descrescătoare pe $[-4, -2]$ și atunci are un minim (global) în punctul $(-2, 8)$ și un maxim (global) în punctul $(-4, 30)$. Cum $-2, -4 \notin (-4, -2)$, condițiile teoremei lui Fermat nu sunt satisfăcute. **2.** A. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = a^x + b^x + c^x + d^x - 4$. Din ipoteză $f(x) \geq 0$, $(\forall)$ $x \in \mathbb{R}$, cu $f(0) = 0$, adică $f(0) \leq f(x)$, $(\forall)$ $x \in \mathbb{R}$, și cum f este derivabilă, $x_0 = 0$ este punct de minim local $\Rightarrow f'(0) = 0$. Conform teoremei lui Fermat $\Rightarrow \ln(abcd) = 0 \Rightarrow abcd = 1$.

b) Itemi de tip pereche – descriere (I. Neacșu, A. Stoica, 1996)

Tehnica perechilor propune elevilor stabilirea unor corespondențe între cuvinte, propoziții, numere, litere, fraze sau alte categorii de simboluri, distribuite pe două coloane. Prima coloană conține așa numitele premise (enunțuri), iar cele din coloana a doua reprezintă răspunsurile. Criteriile pe baza cărora se stabilește răspunsul corect sunt enunțate/explicitate în instrucțiunile care preced coloanele de premise și de răspunsuri.

Itemii de tip pereche se caracterizează prin măsurarea abilității de a identifica relația existentă între două categorii:

- termeni–definiții;
- simboluri–concepte;
- reguli–exemple;
- metode–exemplificări.

Avantaje și limite ale aplicării itemilor de tip pereche

Aplicarea acestor itemi permite abordarea unui foarte important volum de rezultate de învățare într-un interval redus de timp, cu folosirea eficientă a spațiului pe foile de test, cât și cu utilizarea eficientă a timpului profesorului la notare.

Ușurința construcției itemilor este de asemenea un avantaj, cu toate că este corect să precizăm faptul că este mai ușor de construit un item de calitate slabă decât unul de bună calitate.

Unul dintre dezavantaje constă în faptul că această tehnică nu poate fi utilizată pentru abordarea unor conținuturi și rezultate complexe, fiind de asemenea dificil, în unele cazuri, să construim liste de premise (ipoteze) sau de răspunsuri care să fie omogene.

Recomandări pentru construirea itemilor de tip pereche

1. Se recomandă să fie inclus un număr inegal de răspunsuri și premise, iar elevii să știe că fiecare răspuns poate fi folosit o singură dată, de mai multe ori sau niciodată.
2. Prezentarea răspunsurilor să fie făcută într-o ordine logică – această cerință vizează de fapt eliminarea furnizării unor indicii care ar putea conduce elevul la „ghicirea" răspunsului corect.
3. Toate premisele și răspunsurile unui item de același tip să fie plasate pe aceeași pagină.

Exemple de itemi

Prezentăm exemple pentru două teme extrase din secvențe ale programelor școlare pentru gimnaziu, respectiv pentru liceu.

Exemplul 1. Tema: *Funcția liniară* (clasa a VIII-a)

Competență specifică și activități de învățare: **identificarea punctelor** care aparțin graficului unei funcții date.

Enunț: Stabilește corespondența corectă între cele două coloane:

1.

A	B
1. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+1$	a) $M(2, 0)$
2. $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=2x-1$	b) $N(-1, 3)$
3. $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, h(x)=-\dfrac{1}{2}x+1$	c) $P\left(3, \dfrac{1}{2}\right)$
4. $i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, i(x)=7$	d) $Q(2, 3)$
	e) $R(1, 7)$
	f) $S(0, -1)$

2.

A	B
1. Intersecția cu axa Ox a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-3$	a) $A(0, 2)$
2. Intersecția cu axa Oy a graficului funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=-x+2$	b) $B(3, 0)$
3. Intersecția graficelor funcțiilor $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$, $g(x)=2x+1$ se realizează în punctul:	c) $C(2, 3)$
	d) $D(-3, -5)$

Răspuns: **1.** 1 → *d*); 2 → *f*); 3 → *a*); 4 → *e*); de exemplu: $f(2)=2+1 \Rightarrow Q(2, 3)\in G_f$. **2.** 1 → *b*); 2 → *a*); 3 → *d*); $G_f\cap Ox \Leftrightarrow y=0 \Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow B(3, 0)$; $G_g\cap Oy \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow g(0)=0+2=$ $=2 \Rightarrow A(0, 2)$; se formează sistemul $\begin{cases} y=x-2; \\ y=2x+1 \end{cases}$ care implică $D(-3, -5)$.

Exemplul 2. Tema: *Funcții integrabile* (clasa a XII-a)

Competență specifică și activități de învățare: determinarea punctelor de continuitate pentru funcții date pentru a preciza proprietățile acestora.

Enunț: Stabilește corespondența corectă între cele două coloane:

1.

A	B
1. Funcția f este continuă.	a) $f:[1,3]\to\mathbb{R}, f(x)=\left[\dfrac{x+1}{2}\right]$;
2. Funcția f admite primitive.	b) $f:[0,4]\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}x-1, 0\le x\le 1\\ 3x, \quad 1<x\le 4\end{cases}$;
3. Funcția f este monotonă.	c) $f:[5,7]\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}2x-1, -5\le x\le 1\\ x^2-1, 0<x\le 7\end{cases}$.
4. Funcția f este integrabilă.	
5. Funcția f are proprietatea lui Darboux.	

2.

A	B
1. Funcția f are proprietatea lui Darboux.	a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\sin\dfrac{1}{x}, x\ne 0\\ 0, \quad x=0\end{cases}$;
2. Funcția f nu admite primitive; $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=-x+2$.	b) $f:[0,2]\to\mathbb{R}, f(x)=x-[x]$;
3. Funcția f este integrabilă.	c) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}x, \quad x\in\mathbb{Q}\\ x^3, x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\end{cases}$;
	d) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}2, \quad x<0\\ \sqrt{x^2-2x+1}, x\ge 0\end{cases}$.

Răspuns:

1. 1 → *c*); 2 → *c*); 3 → *a*), *b*), *c*); 4 → *a*), *b*), *c*); 5 → *c*).

2. 1 → *a*):

- Dacă $0\notin[x_1,x_2]$ atunci: $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$ este continuă pe intervalul $[x_1,x_2]\Rightarrow f$ are proprietatea lui Darboux pe acest interval.
- Dacă $0\in[x_1,x_2]$ fie $x_1<0, x_2>0$ și $\lambda\in\mathbb{R}$, astfel încât $(\lambda-f(x_1))(\lambda-f(x_2))<0$ (adică λ este cuprins între $f(x_1)$ și $f(x_2)$). Șirul: $x_n=\dfrac{1}{\arcsin\lambda+2n\pi}$ are limita zero și deci există $n_0\in\mathbb{N}$, astfel încât $x_{n_0}\in(x_1,x_2)$ cu $f(x_{n_0})=\lambda$.
- Dacă $0\in\{x_1,x_2\}$, fie de exemplu: $0=x_1<x_2$ și pentru $\lambda\in\mathbb{R}$, astfel încât $\lambda(\lambda-f(x_2))<0$, considerând același șir $x_n=\dfrac{1}{\arcsin\lambda+2n\pi}$ cu limita zero, deducem că și în acest caz există $n_0\in\mathbb{N}$, astfel încât $x_{n_0}\in(0,x_2)$ cu $f(x_{n_0})=\lambda$. Aceste observații arată că f are proprietatea lui Darboux.

2 → *c*): Se observă că imaginea intervalului $(\sqrt{8},\sqrt{10})$ prin f nu este interval, deoarece: $f(\sqrt{8})=$ $=16\sqrt{2}<<27<f(\sqrt{10})=10\sqrt{10}$, iar $f(x)\ne 27$, $(\forall)\ x\in(\sqrt{8},\sqrt{10})$. Deci funcția nu admite primitive pe $\mathbb{R}$ (nu are proprietatea lui Darboux).

3 → b), c): Explicitând funcția $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0,1) \\ x-1, & x \in [1,2) \\ 0, & x = 2 \end{cases}$, aceasta este integrabilă deoarece este integrabilă pe subintervalele [0, 1], [1, 2]. Funcția nu admite primitive pe [0, 2] deoarece are discontinuități de prima speță în 1 și 2, deci nu are proprietatea lui Darboux.

c) Itemi cu alegere multiplă – Descriere (I. Neacșu, A. Stoica, 1996)

În ceea ce privește itemii cu alegere multiplă, elevii trebuie să aleagă un răspuns dintr-o listă de variante date pentru o singură premisă (selectează un răspuns dintre cele propuse).

Acest tip de itemi se caracterizează prin existența unei *premise* și a unei *liste de variante* (soluțiile itemului respectiv), iar elevul trebuie să aleagă răspunsul corect. Celelalte răspunsuri, în afara celui corect, se numesc *distractori*.

Cu ajutorul itemilor cu alegere multiplă se pot măsura:

- rezultatele învățării, cunoștințele elevilor:
  - cunoașterea metodelor;
  - cunoașterea terminologiei;
  - cunoașterea elementelor: formule, proprietăți, reguli.
- nivelul aplicativ:
  - abilitatea de a interpreta relația cauză–efect;
  - abilitatea de a aplica cunoștințele teoretice în rezolvarea de probleme;
  - abilitatea de a justifica alegerea metodelor și procedeelor folosite.

În elaborarea acestor itemi trebuie să ținem cont de următoarele reguli:

1. Formularea clară a întrebării.
2. Formularea întrebării să fie făcută în așa fel încât să nu sugereze alegerea unei alte soluții.
3. Formularea întrebării să fie făcută într-un limbaj corespunzător.
4. Distractorii să fie plauzibili și paraleli.
5. Răspunsurile să fie de obicei de aceeași anvergură.
6. Formularea răspunsurilor să fie corect exprimată gramatical.
7. Răspunsurile să nu fie sinonime sau opuse ca înțeles.

Avantajele itemilor cu alegere multiplă

Cu itemii de tip alegere multiplă:

- se pot evalua tipuri variate de rezultate ale învățării (de la simple cunoștințe la cunoștințe complexe), asigurându-se o foarte bună *flexibilitate*;
- se poate asigura o bună *fidelitate*; numărul mai mare de răspunsuri face ca fenomenul de „ghicire" a variantei corecte să fie în descreștere evidentă, ceea ce conduce la creșterea fidelității;
- se poate cuantifica rapid și cu facilitate.

Dezavantajele itemilor cu alegere multiplă

- Necesită o perioadă mai mare de timp pentru elaborare.
- Se pot construi itemi de slabă calitate.
- Verifică de obicei nivele cognitive inferioare.
- Este posibil, în anumite situații, să se ghicească răspunsul corect.
- Nu este indicată folosirea excesivă a acestui tip de item.